PROBA DE MATEMATICĂ – CLASA A VI-A

SOLUȚII. BAREME

Subiectul 1

1. Vintilă nu s-a dus la cei doi băieți ai lui Sântimbreanu după patine, ci să le povestească TOTUL despre *Poveștile Cifrelor*, concursul cu două probe a câte trei subiecte și punctajele pe care le-a obținut. Fiind puțin supărat, le dă informații codate. " La română, zise el, am punctajele: $\overline{ab}$, $a+b$ și $\overline{xy}$, iar la matematică: $\overline{ba}$, $x+y$ și $\overline{yx}$, în ordinea numerotației subiectelor. Să mai știți ceva, mulțimea punctajelor obținute de la proba de română este egală cu cea de la proba de matematică."

a. $(8\,puncte)$ Darius, observator pasiv al discuției, afirmă că Vintilă are același punctaj la ambele probe la subiectul al doilea. Justificați dacă are dreptate Darius .

BAREM *ORIENTATIV DE* **CORECTARE** *SI* **NOTARE**

- ✓ Avem: $\{\overline{ab}, a+b, \overline{xy}\} = \{\overline{ba}, x+y, \overline{yx}\}$ .... $1p$
- ✓ demonstrarea $\overline{ba} \neq a+b$ și $\overline{xy} \neq x+y$ .... $2p$
- ✓ Cazul $a \neq b$: rezultă că $\overline{ab} \neq \overline{ba}$. Deci $\overline{ba} = \overline{xy} \Rightarrow \overline{ab} = \overline{yx}$ $\Rightarrow a = y$ și $b = x$, de unde $a+b = x+y$, adică același punctaj la subiectul 2 .... $3p$
- ✓ Cazul $a = b$: Avem $\{2a\,; \overline{xy}\} = \{x+y\,; \overline{yx}\}$. Cum rezultă că $\overline{xy} = \overline{yx}$, adică x=y și cum 2a=x+y găsim a=x .... $1p$
- ✓ Deducerea că are același puntaj la toate subiectele $(11a, 2a, 11a)$.. $1p$

✓ **T**OTAL PROBLEMA **1.a.** . ... **8 PUNCTE**

b. $(8\,puncte)$ Care sunt punctajele pe subiecte la cele două probe ? (Mă scuzați, am uitat să vă zic că, la plecare, Vintilă le-a zis, zâmbind, că a obținut ***96*** de puncte.)

BAREM *ORIENTATIV DE* **CORECTARE** *SI* **NOTARE**

- ✓ Suma punctajelor la fiecare probă este $96:2 = 48$ puncte .. .. $1p$
- ✓ Dacă $a \neq b$, atunci punctele pe subiecte la română sunt $(\overline{ab}; a+b; \overline{ba})$, iar la matematică $(\overline{ab}; a+b; \overline{ba})$ .... $2p$
- ✓ Avem $\overline{ab} + a + b + \overline{ba} = 48 \Rightarrow a + b = 4$ .... $2p$
- ✓ Obținem punctajele $(13;4;31)$ și $(31;4;13)$ .... $1p$
- ✓ Dacă $a = b$, atunci punctajele $(11a, 2a, 11a)$, de unde $a = 2$ .... $1p$
- ✓ Obținem punctajul $(22;2;22)$ .... $1p$

✓ **T**OTAL PROBLEMA **1.b.** . ... **8 PUNCTE**

Mulțumim pentru participare !

NOTĂ:
- ***Nu*** se acordă puncte ***din oficiu***. Punctajul ***maxim*** pentru fiecare probă este ***50 puncte***.
- Orice altă ***soluție corectă*** va fi punctată ***corespunzător*** punctajului *aferent problemei*.

SOLUȚII. BAREME

Subiectul 2

2. $(14\,puncte)$ Dacă tot suntem la acest concurs, să vă spun *Povestea Cifrelor* nenule, spusă de un număr.

"Eu sunt număr de trei cifre și multiplul lui **5**. Dacă mă adun cu cifra ***1***, cifra ***2***, respectiv cu cifra ***3*** devin multiplul cifrelor ***6***, ***7***, respectiv ***8***.
Ce credeți pot fi multiplul cifrelor ***4*** și ***9***, *uitate* din sistemul zecimal ?"

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Din $5\,|\,\overline{abc} \Rightarrow c \in \{0;5\}$ . ... $2p$
- ✓ Dacă $c=0 \Rightarrow \overline{abc}+1=\overline{ab1}$ nu este divizibil cu 6. Așadar, $c=5$ .... $2p$
- ✓ Din $6\,|\,\overline{ab6} \Rightarrow 3\,|\,(a+b)$ .... $2p$
- ✓ Din $7\,|\,\overline{ab7} \Rightarrow 7\,|\,\overline{ab} \Rightarrow \overline{ab} \in \{21;42;63;84\}$ .... $2p$
- ✓ Dacă adunăm cu 3 obținem 218, 428, 638, 848.............................. $2p$
- ✓ Singurul divizibil cu 8 este 848, de unde $\overline{abc}=845$ .... $2p$
- ✓ Justificarea că nu este divizibil cu 4 și 9 ….. $2p$

TOTAL PROBLEMA 2 . ... ***14 PUNCTE***

Subiectul 3

3. $(10\,puncte)$ Se consideră punctele distincte A, B, C, D și E nu toate coliniare, dar cu tripletele de puncte A, B, C și C, D, E coliniare în ordinea dată. Știind că între distanțele dintre ele există relațiile metrice: $BC^2 = AB\cdot CD$, $CD^2 = BC\cdot DE$ și că $[AC]\equiv[CE]$, să se demonstreze că $[AD]$ și $[EB]$ sunt mediane congruente ale triunghiului $\triangle ACE$.

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Obținerea $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{DE}{CD}$ ….. $2p$
- ✓ Găsirea relației $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{DE}{CE} \Rightarrow BC=DE\ (1)$ ….. $2p$
- ✓ Din $\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{DE}{CD} \Rightarrow CD^2=DE^2$, de unde AD este mediană .... $2p$
- ✓ Obtinerea $BC=CD=DE=AB\ (2)$, de unde EB este mediană .... $2p$
- ✓ Justificarea $\triangle BCE \equiv \triangle DCA$ (cazul LUL), de unde $[AD]\equiv[EB]$ .... $2p$

TOTAL PROBLEMA 3 . ... ***10 PUNCTE***

Mulțumim pentru participare !

NOTĂ:
- ➢ ***Nu*** se acordă puncte ***din oficiu***. Punctajul ***maxim*** pentru fiecare probă este ***50 puncte***.
- ➢ Orice altă ***soluție corectă*** va fi punctată ***corespunzător*** punctajului *aferent problemei*.

SOLUȚII. BAREME

4. $(10\,puncte)$ La finalul concursului *Poveştile Cifrelor*, organizatorii vor împărți, în mod egal, cele $10n-5$ de bomboane celor $3n+1$ participanți. Calculați câte bomboane a primit fiecare concurent.

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Numărul de bomboane este $b=\dfrac{10n-5}{3n+1}$ şi $b\in\mathbb{N}$ .... $1p$
- ✓ $3b=\dfrac{30n-15}{3n+1}=10-\dfrac{25}{3n+1}\in\mathbb{N}$ .... $3p$
- ✓ Deducem $3n+1\in D_{25}=\{1;5;25\}$ .... $2p$
- ✓ Din $3b\in M_3\cap\{-15;5;9\}\cap\mathbb{N}$ obținem $b=3\,bomboane$ .... $4p$

✓ ***TOTAL** PROBLEMA **4** . ... **10 PUNCTE***

Mulţumim pentru participare !

NOTĂ:
- ***Nu*** se acordă puncte ***din oficiu***. Punctajul ***maxim*** pentru fiecare probă este ***50 puncte***.
- Orice altă ***soluție corectă*** va fi punctată ***corespunzător*** punctajului *aferent problemei*.