



Concurs județean – ediția I

Poveștile Cifrelor



PROBA DE MATEMATICĂ – CLASA A V-A

SOLUȚII. BAREME



Subiectul 1

1. (10 puncte) Pentru a-și impresiona tatăl, Aleador se hotărăște să se ducă să răpună balaurul cu 2024 de capete. Iscusit precum un cavaler cu puteri demne de un joc pe calculator și ajutat de *sabia magică* de la tatăl său, el reușește să taie cu o lovitură a sabiei ori 21, ori 24 de capete. În fiecare caz, balaurului îi creștea la loc alte 18, respectiv 27 de capete. Este posibil ca balaurul să-și găsească sfârșitul prin doborârea tuturor capetelor de către Aleador Împărat?

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Dacă balaurul este răpus cu a lovituri cu tăierea a 21 de capete și cu b lovituri cu tăierea a 24 de capete, atunci numărul de capete rămase este $2024 - 21a + 18a - 24b + 27b = 0$ $6 \times 0,5p = 3p$
- ✓ Scrierea $2024 = 3a - 3b$ $2p$
- ✓ observația că $3a - 3b = 3(a - b)$ este multiplu lui 3 $2p$
- ✓ contradicția obținută 2024 este multiplu lui 3 $2p$
- ✓ finalizarea că nu poate fi răpus balaurul $1p$

TOTAL PROBLEMA 1 10 PUNCTE



2. (12 puncte) Suma de 2024 de lei este împărțită mai multor copii. Aflați cel mai mic număr de copii la care poate fi împărțită suma, știind că fiecare copil primește o sumă de bani care se exprimă printr-o putere a lui 2.

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Pentru avea cel mai mic număr de copii trebuie să distribuim copiilor cele mai mari puteri posibile ale lui 2. $1p$
- ✓ Avem scrierea în baza 2: $2024_{(10)} = \overline{11111101000}_{(2)}$ $12 \times 0,5p = 6p$
- ✓ Scrierea $2024 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3$ $8 \times 0,5p = 4p$
- ✓ Deci, sunt cel puțin 7 copii. $1p$

TOTAL PROBLEMA 2 12 PUNCTE



Subiectul 2

3. (14 puncte) Care dintre numerele:

$$a = 1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1) \text{ și } b = 1 + 5 + 9 + \dots + (4y - 3)$$

este mai mare, știind că x verifică egalitatea $2x + y = 3 \cdot (y + 8)$, iar y este numărul natural care

face fracția $\frac{2y-7}{y+22}$ echiunitară ?

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

- ✓ Aflarea lui $y = 29$ $3p$
- ✓ Aflarea lui $x = 41$ $3p$

Mulțumim pentru participare !



NOTĂ: ➤ Nu se acordă puncte din oficiu. Punctajul maxim pentru fiecare probă este 50 puncte.
➤ Orice altă soluție corectă va fi punctată corespunzător punctajului aferent problemei.



Concurs județean – ediția I

Poveștile Cifrelor



PROBA DE MATEMATICĂ – CLASA A V-A

SOLUȚII. BAREME



✓ Calculul sumei Gauss $a = \frac{(1+2x-1) \cdot 41}{2} = 41^2 = 1681$ 3p

✓ Calculul sumei Gauss $b = 1+5+\dots+113 = \frac{(1+113) \cdot 29}{2} = 57 \cdot 29 = 1653$ 4p

✓ Finalizarea: $a > b$ 1p

TOTAL PROBLEMA 3 14 PUNCTE



Subiectul 3

4. Paginile unei cărți sunt numerotate de la 1 la 2024. Din această carte se rup la întâmplare 403 foi. Demonstrați că:

a. (7 puncte) Suma numerelor de pe foile rămase **nu se divide** cu 10.

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

✓ Cartea are $2024 : 2 = 1012$ foi 1p

✓ Numărul foilor rămase este $1012 - 403 = 609$ 1p

✓ Observația că suma numerelor folosite pentru numerotarea unei foi este impară 2p

✓ Avem o sumă de 609 numere impară, care este impară 2p

✓ Concluzia că suma nu se divide cu 10 1p

TOTAL PROBLEMA 4.a. 7 PUNCTE



b. (7 puncte) Produsul numerelor de pe foile rămase **este divizibil** cu 5.

BAREM ORIENTATIV DE CORECTARE SI NOTARE

✓ De la 1 la 2024 avem 404 numere divizibile cu 5 3p

✓ Dacă toate cele rupte ar divizibile cu 5, atunci ar rămâne o pagină multiplul lui 5 3p

✓ Concluzia că și produsul numerelor de pe foile rămase 1p

TOTAL PROBLEMA 4.b. 7 PUNCTE

Mulțumim pentru participare !



NOTĂ: ➤ Nu se acordă puncte din oficiu. Punctajul maxim pentru fiecare probă este 50 puncte.
➤ Orice altă soluție corectă va fi punctată corespunzător punctajului aferent problemei.