**EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025**
**Proba E.c)**
**Matematică *M_șt-nat***
**Decembrie 2024**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*** **SIMULARE**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Se consideră numărul complex $z=7-i$. Arătați că $|z-iz|=10$.

**5p** **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5-2x$. Determinați numărul real $a$ pentru care $f(a+1)=f(3a)+18$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(2x-3)=\log_2(3-x)$.

**5p** **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre, acesta să fie impar, cu cifre distincte.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(6,3)$ și $B(2,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.

**5p** **6.** Știind că $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin x=\frac{12}{13}$, calculați $\operatorname{tg} x$.

## SUBIECTUL II (30 de puncte)

**1.** Se consideră matricile $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+1&1\\x^2&x-1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det\left(A(4)-I_2\right)=-8$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$, știind că are loc egalitatea $A(x)\cdot A(2)-(x+2)A(x)=I_2$.

**5p** **c)** Calculați $A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(9)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x*y=2xy-10x-10y+55$.

**5p** **a)** Arătați că $x*y=2(x-5)(y-5)+5$, pentru orice $x$ și $y$ numere reale.

**5p** **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $m$ și $n$ pentru care $m*n=11$.

## SUBIECTUL III (30 de puncte)

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{1-x}{2\left(x^2+x+1\right)\sqrt{x^2+x+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Determinați imaginea funcției $f$.

**5p** **c)** Arătați că $0<f(x)+f(2-x)\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$, pentru orice $x\in[1,+\infty)$.

| | |
|---|---|
| | **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(2-x)e^x$. |
| **5p** | **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{3}{2}$. |
| **5p** | **b)** Arătați că $\int_0^{\ln 2} f(x)dx=3-2\ln 2$. |
| **5p** | **c)** Determinați numărul real $a$ astfel încât $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(e^x+3x^2)}dx=\ln\left(\frac{a+4e}{a+e^2}\right)$. |