EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025
Proba E.c)
Matematică M_mate-info
Decembrie 2024

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Ordonați crescător numerele $a=\sqrt{6}, b=\sqrt[3]{15}$ și $c=\sqrt[6]{220}$.

5p **2.** Demonstrați că funcția $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}, f(x)=x^2+x$ nu este surjectivă.

5p **3.** Determinați valorile lui $m\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^2-mx+1=0$ are două soluții reale distincte.

5p **4.** Mulțimea A are patru elemente. Determinați probabilitatea ca, atunci când alegem la întâmplare o submulțime nevidă a mulțimii A, submulțimea aleasă să aibă exact două elemente.

5p **5.** În raport cu un reper cartezian xOy, trei dintre vârfurile paralelogramului $ABCD$ au coordonatele $A(-2,3)$, $B(-1,1)$ și $C(4,2)$. Calculați lungimea diagonalei BD.

5p **6.** Laturile triunghiului ABC au lungimile $AB=8, AC=5$, $BC=7$. Determinați măsura unghiului A.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr complex $z=a+b\cdot i$, unde $a,b\in\mathbb{R}$, $i^2=-1$, se consideră matricea

$$A(z)=a\cdot I_3+b\cdot B, \text{ unde } B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 0 & i & 0\\ 5 & 0 & -2\end{pmatrix}.$$

5p **a)** Arătați că $B^2+I_3=O_3$.

5p **b)** Demonstrați că $A(z_1)\cdot A(z_2)=A(z_1\cdot z_2)$, oricare ar fi numerele complexe z_1 și z_2.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $A(\sqrt{5}-i)\cdot A(\sqrt{3}-i)\cdot A(\sqrt{3}+i)\cdot A(\sqrt{5}+i)=n\cdot I_3$.

2. Pe mulțimea $M=[1,\infty)$ se consideră legea de compoziție asociativă

$$x\circ y=\log_3\left(3^{x+y}-3^{x+1}-3^{y+1}+12\right).$$

5p **a)** Arătați că $2024\circ 1=1$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție.

5p **c)** Aflați $x\in M$ cu proprietatea că $x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-\infty,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$, oricare ar fi $x\in(-\infty,1)$.

5p **b)** Scrieți ecuația asimptotei verticale la graficul funcției *f*.

5p **c)** Determinați numerele reale *m* pentru care ecuația $f(x)=m$ are două soluții în intervalul $(-\infty,1)$.

2. Se consideră funcțiile $f, g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ definite prin $f(x)=\operatorname{arctg} x$, iar $g(x)=\operatorname{arctg}\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x\operatorname{arctg} x-\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$ este o primitivă a funcției *f*.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}\cdot\int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

5p **c)** Determinați acea primitivă *G* a funcției *g* al cărei grafic conține punctul $A\left(\sqrt{3},\ln 2\right)$.