EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025
Proba E.c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Decembrie 2024

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a=\sqrt{6}=\sqrt[6]{216}$ $b=\sqrt[3]{15}=\sqrt[6]{225}$ $a<c<b$	2p 2p 1p
2.	$f(x)=x(x+1)$ este număr natural par, oricare ar fi $x\in\mathbb{N}$ Atunci $1\notin \operatorname{Im}(f)$, deci funcția f nu este surjectivă	2p 3p
3.	$\Delta=m^2-4$ $\Delta>0$, prin urmare $m\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$	2p 3p
4.	Mulțimea A are 15 submulțimi nevide, dintre care 6 au cardinalul egal cu 2 Probabilitatea evenimentului din enunț este $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$	2p 2p 1p
5.	$x_A+x_C=x_B+x_D$ și $y_A+y_C=y_B+y_D$, deci $D(3,4)$ $BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}=5$	3p 2p
6.	$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=\frac{64+25-49}{2\cdot5\cdot8}=\frac{1}{2}$ Rezultă că $A=\frac{\pi}{3}$ (sau $A=60^\circ$)	3p 2p

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$B^2=\begin{pmatrix}4-5 & 0 & -2+2\\ 0 & i^2 & 0\\ 10-10 & 0 & -5+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}=-I_3$ $B^2+I_3=-I_3+I_3=O_3$	3p 2p
b)	Pentru $z_1=a_1+b_1i$ și $z_2=a_2+b_2i$, avem: $z_1z_2=a_1a_2-b_1b_2+(a_1b_2+a_2b_1)i$, prin urmare $A(z_1z_2)=(a_1a_2-b_1b_2)I_3+(a_1b_2+a_2b_1)B$; $A(z_1)\cdot A(z_2)=(a_1I_3+b_1B)\cdot(a_2I_3+b_2B)=a_1a_2I_3+a_1b_2B+a_2b_1B+b_1b_2B^2=$ $=(a_1a_2-b_1b_2)I_3+(a_1b_2+a_2b_1)B$ și cerința este îndeplinită	2p 3p

c)	$A\left(\sqrt{5}-i\right)\cdot A\left(\sqrt{3}-i\right)\cdot A\left(\sqrt{3}+i\right)\cdot A\left(\sqrt{5}+i\right)=A\left(\left(\sqrt{5}-i\right)\cdot\left(\sqrt{3}-i\right)\cdot\left(\sqrt{3}+i\right)\cdot\left(\sqrt{5}+i\right)\right)=A(24)$ $A(24)=n\cdot I_3 \Leftrightarrow 24I_3+0\cdot B=nI_3 \Leftrightarrow n=24$	3p 2p
2.a)	$2024\circ 1=\log_3\left(3^{2025}-3^{2025}-3^2+12\right)=$ $=\log_3 3=1$	2p 3p
b)	Căutăm $e\in M$ astfel încât $x\circ e=e\circ x=x, \forall x\in M$ $e=\log_3 4$	2p 3p
c)	$x\circ x\circ x=x \Leftrightarrow \log_3\left[\left(3^x-3\right)^3+3\right]=x \Leftrightarrow \left(3^x-3\right)^3=3^x-3 \Leftrightarrow 3^x-3\in\{-1,0,1\}$ $3^x-3=0\Rightarrow x=1\in M$; $3^x-3=1\Rightarrow x=\log_3 4\in M$; $3^x-3=-1\Rightarrow x=\log_3 2\notin M$, așadar $x\in\{1,\log_3 4\}$	3p 2p

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)-\left(x^2-x+1\right)\cdot 1}{(x-1)^2}=$ $=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}, \forall x\in(-\infty,1)$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\nearrow 1} f(x)=\dfrac{1}{0^-}=-\infty$ Ecuația asimptotei verticale (la stânga) la graficul funcției *f* este $x=1$	3p 2p
c)	*f* este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty,0)$ și strict descrescătoare pe intervalul $(0,1)$; $f(0)=-1$, iar $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\nearrow 1} f(x)=-\infty$ Cum *f* este continuă pe domeniul său de definiție, ecuația $f(x)=m$ are două soluții în intervalul $(-\infty,1)$ dacă și numai dacă $m\in(-\infty,-1)$	3p 2p
2.a)	*F* este derivabilă și $F'(x)=1\cdot\operatorname{arctg} x+x\cdot\dfrac{1}{x^2+1}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2x}{x^2+1}=$ $=\operatorname{arctg} x=f(x), \forall x\in(0,\infty)$, așadar funcția *F* este o primitivă a funcției *f*	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\cdot\int_1^x f(t)\,dt=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{F(x)-F(1)}{x}$ Cum $\lim\limits_{x\to\infty} x=\infty$, atunci $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{F(x)-F(1)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{F'(x)-(F(1))'}{x'}=\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{arctg} x=\dfrac{\pi}{2}$	2p 3p
c)	$f'(x)+g'(x)=\dfrac{1}{x^2+1}+\dfrac{1}{\frac{1}{x^2}+1}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)=0, \forall x\in(0,\infty)$, deci $f(x)+g(x)=k, \forall x\in(0,\infty)$. Cum $f(1)+g(1)=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$, rezultă că $f(x)+g(x)=\dfrac{\pi}{2}, \forall x\in(0,\infty)$	2p

	Ținând cont de cele de mai sus, $G(x)=\frac{\pi}{2}\cdot x-F(x)+C, \forall x\in(0,\infty)$.	1p
	Din $G(\sqrt{3})=\ln 2$ obținem că $C=\ln 2-\frac{\pi\sqrt{3}}{2}+\left(\frac{\pi\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{2}\ln 4\right)=-\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$	2p